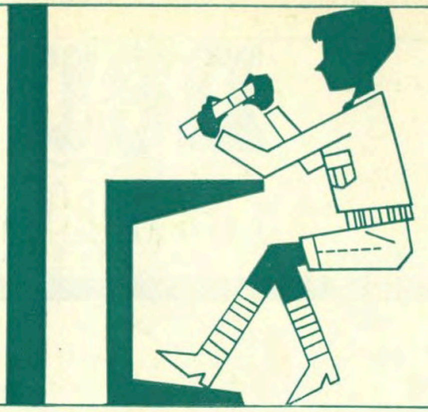
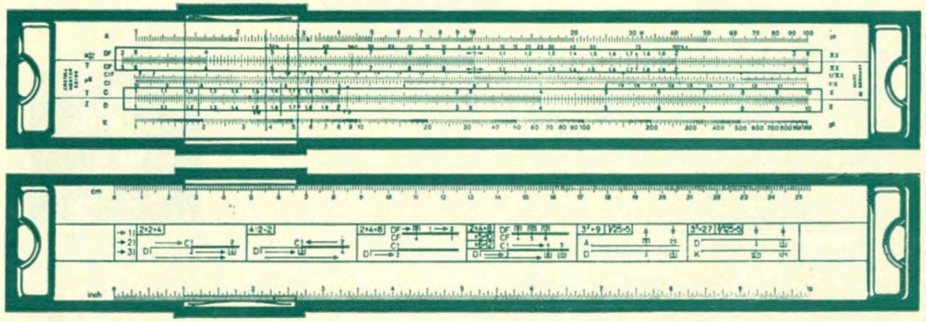
Castell Mentor 52/80
für Volks- und Realschulen



Unser Erfolgs-Rechenstab!

- Schulrechenstab zum Multiplizieren, Dividieren, Quadrieren, Quadrat-Wurzelziehen, Tabellenbilden, Kubieren, Kubik-Wurzelziehen.
- π-versetzte Skalen DF, CF, CIF, Hauptskalen mit Grünstreifen. Auch für kaufmännisches Rechnen. Einstellbilder auf Schieberrückseite.
- Als Lehrheft und Anleitung liegt bei jedem Rechenstab eine "Rechenstabfibel".
- Demonstrations-Rechenstab 334/80 in 1m Skalenlänge.



Lassen Sie Sich den Castell-Mentor vorlegen.

Fordern Sie auch den "Castell-Rechenstab-Lehrgang für den Kaufmann" an.

Weitere Unterlagen senden wir Ihnen gern.

FABER-CASTELL

A. W. FABER-CASTELL · Stein bei Nürnberg

Sonderdruck V

FABER-CASTELL

Stabrechnen in der Haupt- u. Realschule

Rechenstab-Brief

Berichte und Anregungen für das Stabrechnen

Aus dem Inhalt

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan
Ing. Harald Bachmann

FABER-CASTELL

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt. Weitere Druckschriften können angefordert werden.

Einführung des Stabrechnens im 7. Schuljahr durch Anwendung der versetzten Skalen

von Siegfried Buckschat

Das Stabrechnen wird in der Volksschule zur Zeit fast durchweg als anspruchsvoller und **zusätzlicher** Stoff angesehen, über dessen Berechtigung keineswegs Einmütigkeit herrscht. Die didaktischen Ansätze des Stabrechnens in der Volksschule gehen von einem **besonderen Lehrgang** aus, der den Schülern **Einsichten** in die Funktion des Rechenstabes vermitteln soll. Dabei wird versucht, die logarithmische Struktur der Skalen „volksschulgerecht" in Analogie zum Additionsstab zu erhellen. Ob dieser Weg eine wirkliche Elementarisierung oder lediglich eine Simplifizierung darstellt, mag dahingestellt bleiben. Wesentlicher ist jedoch, daß der Schüler erst auf allerlei Umwegen an den Stab herangeführt wird und ihn daher als etwas Schwieriges ansehen muß, dessen Beherrschung besonderer Mühe bedarf.

Verzichtet man jedoch darauf, das Verständnis für den Aufbau der Skalen **an den Anfang** des Lehrganges zu stellen, und läßt die Schüler bereits in der **ersten Stunde** den Rechenstab als wirkliches, die Arbeit erleichterndes **Hilfsmittel** erfahren, gewinnt man die Möglichkeit,

1. den Stab bereits recht früh (6. oder 7. Schuljahr) einzuführen,

2. den Stab als zusätzliches methodisches Mittel für die herkömmlichen Aufgaben des Rechenunterrichtes zu nutzen,

3. die **nebenher** gewonnene Fertigkeit im Umgang mit dem Stab zeitsparend für die rechnerische Durchdringung von Sachverhalten in den **Sachfächern** einzusetzen und

4. im 8. oder 9. Schuljahr auf der Grundlage der — im ständigen Umgang mit dem Rechenstab — gewonnenen Erfahrung echte Einsichten (beispielsweise bei der erst jetzt erfolgenden Betrachtung der dem Skalenaufbau zugrunde liegenden Gesetzmäßigkeit) zu stiften.

Die Schüler des 5./6. Schuljahres erfüllen die wichtigsten Voraussetzungen für das elementare Stabrechnen: Sie wissen um die Proportionalität von Zahlenpaaren und kennen die graphische Darstellung linearer Funktionen.

B e i s p i e l : 3. Schuljahr (Juni 1968) Kopfrechnen.

An der Wandtafel steht die Aufgabe: **32 Portionen Eis kosten 14,40 DM.**
Die Schüler bilden spontan neue Aufgaben:

16 Portionen kosten 7,20 DM, denn 16 ist die Hälfte von 32, und die Hälfte kostet auch nur die Hälfte.
8 Portionen kosten 3,60 DM, denn 8 ist die Hälfte von 16, und 8 Portionen kosten die Hälfte von 16 Portionen usw. . . .

Zur gleichen Zeit wird einem anderen 3. Schuljahr die Aufgabe gestellt, 168 Kringel in möglichst viele Felder zu ordnen. Die Schüler finden

168 . 1 Feld
84 . 2 Felder
56 . 3 Felder
.
.
3 . 56 Felder
2 . 84 Felder
1 . 168 Feld

Derartige Übungen, die den Blick für Zusammenhänge zwischen gegebenen Größen schärfen, können ohne Schwierigkeiten den Schülern den hilfreichen Begriff des **Zahlenpaares** vermitteln. Weitere Vokabeln erübrigen sich.

Spätestens bei der Schlußrechnung lernen die Schüler den **Preisstrahl** kennen. An ihm finden sie die Zahlenpaare wieder und sehen die Regel bestätigt, daß

das Doppelte an Ware das Doppelte an Preis,
die Hälfte der Ware auch die Hälfte des Preises kostet.

Hinzu kommt die (triviale) Einsicht, daß keine (Null) Ware auch keinen (Null) Preis hat. Jedoch wird neu erkannt:

Jedes Verhältnis zwischen zwei Größen, das der Bedingung
Verdoppelung bewirkt Verdoppelung,
Halbierung bewirkt Halbierung und
Null ergibt Null
genügt, kann durch eine durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes gezeichnete **Gerade** dargestellt werden.

Die Schüler bemerken recht bald, daß die zeichnerische Lösung nur sinnvoll ist, wenn ein gegebenes Zahlenpaar Ausgangspunkt für eine **Tabelle** sein soll. Andernfalls ist die Lösung durch **Rechnung** einfacher.

B e i s p i e l : Eine Hausfrau zahlt für 0,8 kg Fleisch 7,68 DM.
a) Wieviel kosten 3,6 (2,2; 0,85; 9,4 . . .) kg?
b) Wieviel kg (bzw. g) erhält sie für 4,50 (6,80 . . . .) DM?

Lösung sinnvoll durch Zeichnung. Dabei Diskussion der **Lebensnähe:** Werden Pfennigbeträge bezahlt? Wie genau rechnet der Schlachter? „Darf es für 10 Pf. mehr sein?" Ferner: Sind die abgelesenen Ergebnisse **genau** genug? Wie kann man beispielsweise den Preis für 0,12 kg möglichst genau ablesen? Kann man auch aus der Zeichnung den Preis für 134 kg bestimmen?

Gegenbeispiel: Wieviel DM kosten 42,5 l Benzin, wenn man für 26,5 l 14,84 DM bezahlt? Hier ist der Aufwand für die zeichnerische Lösung zu groß, daher Lösung durch **Rechnung.** Eine Klasse, die im üblichen Rechenunterricht die o. a. Kenntnisse und Einsichten erworben hat, kann ohne weiteres **im Rahmen des gewohnten Lehrgangs** an den Stab herangeführt werden. Die wesentlichen Schritte der Einführungsstunde und weiterführende Anregungen werden anschließend skizziert.

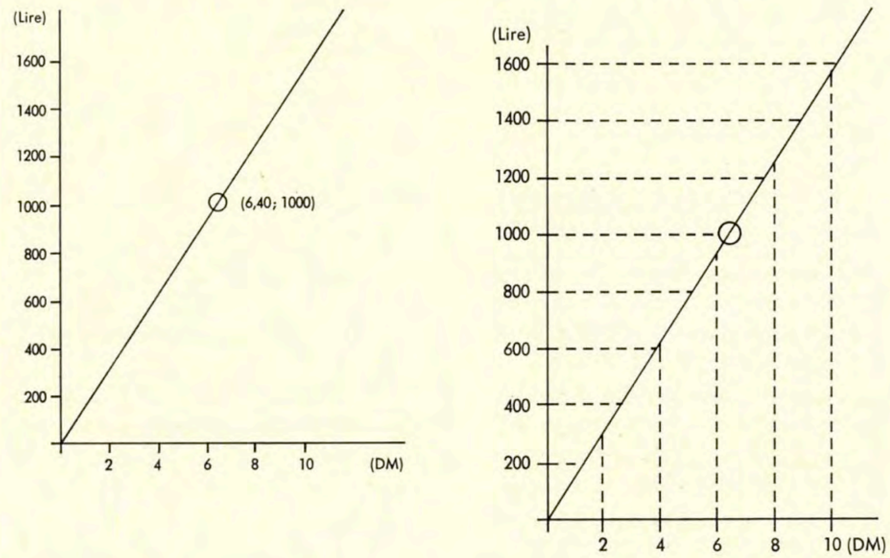
Einführungsstunde: Ausgangsfrage: Sommerzeit — Urlaubszeit. Reisen ins Ausland. Fremde Währungen. Zwang zur Umrechnung. Hilfsmittel? (Währungstabellen). Weitere Möglichkeit: **Preisstrahl.**

Wechselkurs für Italien (Tageskurse beachten!): 100 Lira = 0,64 DM.
Diskussion der Genauigkeit (verschiedene Kurse im In- und Ausland; verschiedener Kurs bei An- und Verkauf von Devisen); welcher Bereich muß durch die Zeichnung erfaßt werden? Offensichtlich empfiehlt es sich, die DM-Beträge zum Maßstab zu nehmen (die „teuere" Währung). Preisstrahl für den Bereich von 0 bis 10 (oder auch 100) DM. Ableseübungen.
Läßt sich dieses Blatt (auf dem der Preisstrahl gezeichnet ist) nicht handlicher gestalten, ohne daß die Ablesegenauigkeit darunter leidet? Zwei Möglichkeiten:

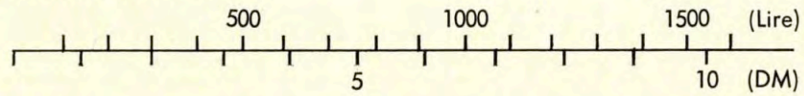
A) Die Skalen der x- und y-Achse werden auf den Preisstrahl projiziert, so daß auf dieser Geraden **unten** die DM-Skala und **oben** die Lira-Skala eingetragen wird. Das Ausgangsdiagramm wird auf einen **Streifen** reduziert (vgl. Abb. 1a, b, c!)

Abbildung 1: Vom Preisstrahl zum Preisstreifen

a) Der „Währungspreisstrahl". b) Projektion der x- und y-Skala auf den Strahl.



c) Der ausgeschnittene Strahl:
Hilfsmittel zur Umrechnung.



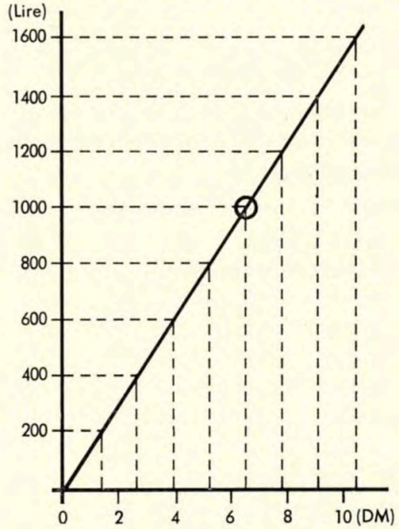
(Diese Lösung wurde von einem Schüler gefunden, während der Lehrer sich auf die folgende Lösung vorbereitet.)

B) Projektion der y-Skala über den Preisstrahl auf die x-Achse. Die x-Achse trägt nun je eine Skala für Lira (oben) und DM (unten). Vgl. Abb. 2a und b! Wiederum wird das Diagramm auf einen Streifen reduziert.

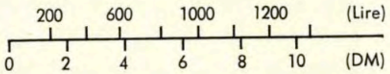
Es folgen Ableseübungen an diesem Streifen.

Abbildung 2: Vom Preisstrahl zum Preisstreifen

a) Die Skala der y-Achse wird auf die x-Achse projiziert.



b) Die x-Achse ist der neue Preisstreifen.



Erster Einsatz des Stabes: Wenn man keinen Demonstrationsstab zur Verfügung hat, sollten die Schüler in der vorhergehenden Stunde den Stab betrachtet und die Bezeichnungen **Körper, Zunge** und **Läufer** kennengelernt haben; vielleicht benennt man auch da bereits die Skalen **DF, CF, C** und **D.**

Der Demonstrationsstab wird aufgehängt und auf den versetzten Skalen **DF** und **CF** das Zahlenpaar (6-4-0, 1-0-0-0) eingestellt. Die Schüler erkennen bald die Analogie zu ihren „Währungsstreifen". Der Lehrer kann zusätzlich vor die DF-Skala „Lira" und vor die CF-Skala „DM" schreiben.

DF	3-2	4-0	6-4-0	8-0	1-0-0	1-6-0	usw.
CF	5-0	6-2-5	1-0-0	1-2-5	1-5-6	2-5-0	

Ergebnis: Die Schüler erkennen in dem Stab ein Hilfsmittel, das gleiches wie die zeichnerische Darstellung leistet. Sie sehen im Laufe der nächsten Stunden ein, daß jede Aufgabe, die graphisch durch eine durch den Null-Punkt gehende Gerade gelöst werden kann, auch mit dem Stab gelöst werden kann. Dabei wird das Prinzip deutlich, daß die **DF-Skala die Rolle der y-Achse,** die **CF-Skala die Rolle der x-Achse** übernimmt.

Für Aufgaben aus der Schluß- und Dreisatzrechnung stehen nun
der rechnerische Lösungsweg,
der zeichnerische Lösungsweg und
der Lösungweg über den Rechenstab zur Verfügung
und sollten auch sehr häufig **nebeneinander** benutzt werden. Auf die in diesem Verfahren liegenden Möglichkeiten der **Differenzierung** sei besonders hingewiesen.

Weiterführung: Stabrechnen macht stets eine **überschlägige Lösung** notwendig. Hier sehen die Schüler den Zwang zum überschlägigen Rechnen ein und fügen sich ihm sogar relativ willig. Schematisierung des Lösungsweges:

Aufgabe — Überschlagrechnung — Abgelesene Ziffernfolge — Ergebnis

Bei der ersten günstigen Gelegenheit (wenn die benötigten Zahlenpaare mit der DF- und CF-Skala nicht vollständig darzustellen sind) auf das **Umsteigen** eingehen. Hierzu vgl. Helmut Rixecker „Methodik des Stabrechnens unter besonderer Berücksichtigung der versetzten Skalen", FABER-CASTELL Rechenstab-Brief 12/68!

Beispiel: 32 Portionen Eis kosten 14,40 DM

a) Preisstrahl zeichnen (y-Achse für Preis (DM), x-Achse für Anzahl (Portionen))
b) Übergang zum Rechenstab
y-Achse wird Körperskala, x-Achse wird Zungenskala.

	1440	Skalenende	
DF	▼		(DM)
CF	▲	▲	(Portionen)
	32	1	

Dabei wandert „1" der Zunge über rechtes Skalenende von DF aus.

c) Der Preis für 1 Portion wird durch **Umsteigen** auf die Grundskalen C und D ermittelt.

oder

d) Neue Einstellung des Zahlenpaares (32; 144) auf **C** und **D**. Dabei bleibt die Regel gültig, daß die **Körperskala** die y-Achse ersetzt.

DF	144	(DM)
CF	32	(Portionen)
C	1	(Portionen)
D	45	(DM)

	Einstellg.	Ablesung für 1 (10) Portion.
C	32	10
D	144	45

Die **Division** mit dem Rechenstab steht zunächst nicht im Vordergrund unserer Bemühungen. Sie ergibt sich jedoch zwanglos aus dem Tabellenrechnen, wenn erkannt wird, daß zu jedem Zahlenpaar ein weiteres gehört das die Menge je Einheit angibt. Da **„Verteilen"** ja **„auf die Einheit schließen"** bedeutet, erkennen die Schüler ohne Schwierigkeiten, daß jede Divisionsaufgabe „als Bruchaufgabe" zu schreiben und auf den versetzten Skalen einzustellen ist, wobei das Ergebnis (der Quotient) auf der Körperskala DF über der „1" der Zungenskala CF abgelesen werden kann.

Die **Multiplikation** erfolgt ebenso einfach: Bei produktengleichen Zahlenpaaren bieten sich die Skalen DF und CIF (die Reziprokskala) zur Lösung an. Das Produkt eines Zahlenpaares wird gefunden als die Zahl, die mit der „1" ein produktengleiches Zahlenpaar bildet:

Beispiel: $15 \cdot 18 = 18 \cdot 15 = 270 \cdot 1 = 1 \cdot 270$

	1-0-0	1-5	1-8	2-7-0
DF	▼	▼	▼	▼
CF	▲	▲	▲	▲
CIF	2-7	1-8	1-5	1-0-0

oder: Ordne 168 in Felder!
(Stelle die Zahl 168 durch produktengleiche Zahlenpaare dar!)

DF	56	84	1	168	2	3
CIF	3	2	168	1	84	56

Außerdem ergibt sich die **konventionelle Multiplikationsregel** auch aus der oben beschriebenen Division und dem Tabellenrechnen. Da dem n-fachen eines x-Wertes auch das n-fache des zugehörigen y-Wertes entspricht, braucht man lediglich für das Produkt $15 \cdot 18$ die beiden Zahlenpaare (15; 1) und (x; 18) einzustellen bzw. abzulesen.
Anders ausgedrückt: Das Ergebnis der Multiplikationsaufgabe „$15 \cdot 18$" findet man als das Achtzehnfache von 15:

DF	15	27
CF	1	18

Welches Verfahren man zunächst für die Multiplikation bevorzugt verwenden will, ist ziemlich belanglos. Wichtig scheint nur die Regel, **jede Zungenstellung** zuerst mit den **versetzten Skalen** vorzunehmen und auf die Grundskalen C und D nur dann zurückzugreifen, wenn die notwendige Zungeneinstellung die **„1"** der Skala **CF** rechts oder links über die Körperskala DF **hinauswandern** läßt.

Mit wachsender Vertrautheit der Schüler mit dem Stab können nach Bedarf auch die weiteren Möglichkeiten rationellen Stabrechnens ausgenutzt werden. Darauf kommt es jedoch vorerst gar nicht an. Wenn wir den Schüler recht früh befähigen, das Prinzip der Proportionalität für das Tabellenrechnen, für die Bestimmung von Prozentsätzen und -werten, für das Ausrechnen der Winkel im „Prozentkreis" mit Hilfe des Rechenstabes anzuwenden, dann haben wir ihm ein Hilfsmittel an die Hand gegeben, das ihn geistig nicht überfordert, ihm aber vielleicht doch mehr zur Schulung funktionalen Denkens verhilft als das mechanische, sinnentleerte Ausrechnen von Divisions- und Multiplikationsaufgaben, bei denen die rechenmechanische Schwerstarbeit die möglichen Ansätze mathematischen Denkens systematisch zu verschütten droht.

Der Rechenstab im Sachrechnen der Volksschule

von Realschullehrer Gottfried Müller

In den letzten Jahren wurde eine lebhafte Diskussion um die Frage geführt, ob und, wenn ja, wie eine sachlich einwandfreie und für den Volksschüler verständliche Einführung des Rechenstabes möglich sei. Diese Diskussion darf als sachlich entschieden und das methodische Problem als gelöst gelten.
Das Vorhandensein eines Hilfsmittels, das bei begrenzter Genauigkeit eine erhebliche Steigerung der Rechengeschwindigkeit ermöglicht, bewirkt Verlagerungen der Fragestellung und Veränderungen der Methode im gesamten auf die Einführung des Rechenstabes folgenden Rechenunterricht.
Denn wer den Rechenstab eingeführt hat, der muß ihn auch gebrauchen, sonst hat er die Zeit für die Einführung verschwendet. Schon nach wenigen Wochen ist die gesamte aufgewandte Mühe in nichts zerronnen.
Hier soll an einem Beispiel gezeigt werden, wie der Rechenstab für ein einfaches Sachproblem eingesetzt werden kann.

Voraussetzungen

Die auf Einsicht gegründete Einführung des Rechenstabes sei geschehen.
Eine solche Klasse kann also unter Verwendung der 6 Skalen C, D, CF, DF, CI und CIF multiplizieren und dividieren. Die wichtigste kombinierte Einstellung für Ausdrücke der Form $x = \frac{u \cdot v}{w}$
wird ohne zu zögern eingestellt und erläutert: „Läufer auf u der D- oder DF-Skala, w der C- bzw. CF-Skala unter den Läuferstrich, Läufer auf v der C- oder CF-Skala, dann steht das Ergebnis unter dem Läuferstrich auf der D- bzw. DF-Skala."
Ablesung und Einstellung von Skalenwerten sowie das Abschätzen von Größenordnungen ist in täglichen Übungen vielfältig geübt und gesichert.
Die Klasse ist sich über die begrenzte Genauigkeit der Rechenstabergebnisse klar und weiß, daß außer zwischen 1 und 2 die Ablesungen um eine Einheit der 3. Ziffer, zwischen 1 und 2 um zwei bis drei Einheiten der 4. Ziffer unsicher sind.

Problemstellung und technische Vorbereitungen

Einer solchen Klasse stellt der Lehrer die Aufgabe:

Bei einer Klassenarbeit entfielen auf die						
Zensuren	1	2	3	4	5	6
Schülerzahlen von	2	5	9	11	4	3

Die Schülerzahlen sind in Prozente umzurechnen, der Arbeitsausfall ist am Prozentkreis und durch Anteile an einem 25 cm langen Streifen graphisch darzustellen.

A	B	C	D	E	F
Zensur	Schüler-zahl	Prozentsatz		Winkel im Prozentkreis	Längenanteil am Streifen
n	x	p		α	a
1	2	5,88	5,9	21,2	1,47
2	5	14,7	14,7	52,9	3,67
3	9	26,5	26,5	95,3	6,61
4	11	32,4	32,4	116,5	8,10
5	4	11,78	11,8	42,4	2,95
6	3	8,82	8,8	31,8	2,20
Summe	34		100,1	360,1	25,00

Die Schüler richten sich die hier angeführte Tabelle ein; diese enthält zunächst nur die Spalten A und B, nach rechts ist Platz zur Verlängerung. Die Bezeichnungen der Spalten A, B, C usw. sind im Unterricht natürlich überflüssig und hier nur darum eingefügt, weil wir im Text mehrfach auf verschiedene Spalten zurückgreifen müssen.

Die Berechnung der Prozentsätze

Durch Dreisatz gewinnt man die Beziehung

$$p = \frac{100 \cdot x}{34}$$

Für n = 1 wird der Überschlag durchgeführt und hingeschrieben:

$$p_1 = \frac{100 \cdot 2}{34} \approx 6$$

Daraus wird die Größenordnung der anderen Prozentsätze durch Überschlag mündlich festgestellt. Schüler, die nicht zur schriftlichen Fixierung des Überschlages genötigt werden, setzen sonst nach kurzer Zeit das Komma wahllos.

Unsere Schüler werden nun zuerst folgenden Vorschlag für die Stabeinteilung machen: „Läufer auf 2 der D-Skala, 3-4 (gesprochen drei-vier) der C-Skala unter den Läuferstrich, Läufer auf 1 der CF- oder 10 der C-Skala, dann steht das Ergebnis auf der DF- bzw. der D-Skala unter dem Läuferstrich und lautet 5-8-8, wir hatten 6% geschätzt, also sind es 5,88%."

Diese Einstellung genügt im Grunde zur Lösung des Problems, und ehe man zu eleganteren Möglichkeiten übergeht, läßt man sie mehrfach und mit kleinen Varianten wiederholen. Dabei beachtet man besonders den Fall, daß man von 2 der DF-Skala ausgeht.

Die Schüler sollen sich gleichzeitig an den Arbeitsstil gemeinsamen Hantierens mit dem Rechenstab gewöhnen, das folgende drei Stufen zu durchlaufen hat, bis die Schüler eine Einstellung „im Schlafe können":

1. In gleicher Front werden die von einem einzelnen angesagten Teilschritte mitgemacht.
2. Nach erfolgter Einstellung werden die Teilschritte sprachlich einwandfrei wiedergegeben bzw. wird die Wiedergabe eines Mitschülers kritisch verfolgt.
3. Vor der Einstellung werden die Teilschritte genannt.

Der so gewonnene Arbeitsstil macht sich bei jeder späteren Anwendung des Rechenstabes bezahlt. Gleichzeitig hat sich im Laufe der Erörterungen die Spalte C mit den in der Tabelle angeführten Zahlen gefüllt. Die Berechnung der Prozentsätze ist jedoch noch nicht abgeschlossen.

Als man in der Schule noch keinen Rechenstab zur Verfügung hatte, wäre gleich nach Stellung der Aufgabe die Frage gestellt worden, auf wieviel Stellen hinter dem Komma die Prozentsätze ausgerechnet werden sollen, und man hätte Anweisung gegeben, zwei Stellen nach dem Komma auszurechnen und dann auf eine zu runden. Jetzt hat man sich die Frage zu stellen: Wieviel Stellen sind richtig?

Die 2. Stelle hinter dem Komma bei den Zensuren n = 2, n = 3 und n = 4 ist uns nicht bekannt, mit großer Wahrscheinlichkeit stehen dort nicht Nullen. Diese unbekannten Ziffern mit den bekannten zweiten Stellen hinter dem Komma bei den Zensuren n = 1, n = 5 und n = 6 zur Kontrollsumme zusammenzuzählen, wäre Unsinn. Darum runden wir alle Werte mindestens soweit, daß sie ebensoviel Stellen hinter dem Komma haben wie der schlechteste Wert. Zur Vermeidung einer gar nicht vorhandenen Scheingenauigkeit auf 2 Stellen nach dem Komma werden alle Werte der Spalte C auf eine Stelle gerundet, und man erhält die Spalte D.

Der Leser wird jetzt die Spalten E und F betrachten und sich fragen, warum dort nicht ebenfalls je eine zweite Spalte für die gerundeten Werte nötig ist. Die Antwort lautet: Das ist reiner Zufall. Bei anders gelagerten Sachverhalten (Wahlergebnisse; Bodennutzung) sind auch sehr kleine und außergewöhnlich große Prozentsätze denkbar, für die als Winkel im Prozentkreis z. B. 317° und 1,136° vom Rechenstab abgelesen werden. Dann enthielte die Spalte E also Werte, die schon in der ersten, und andere, die erst in der 4. Stelle hinter dem Komma unbekannt sind. Dann müßten alle Zahlen der Spalte E bis zu den Einern hin gerundet werden! Entsprechendes ließe sich natürlich auch für die Spalte F konstruieren.

Vor Bildung der Kontrollsumme machen wir uns klar, daß die drei gerundeten Werte der Zeilen 1, 5 und 6 zusammen nur um 6 Hundertstel, die drei anderen um je 1 Zehntel vom richtigen Prozentsatz abweichen können, daß also die Kontrollsumme im ungünstigsten Falle (!) um höchstens 0,4% von 100% abweichen darf. In der Tat liegt die Kontrollsumme 100,1% innerhalb der so abgesteckten Grenzen. Der Lehrer lasse diesen Gedankengang ganz klar werden und bewahre seine Schüler vor einem „stimmt ungefähr", was man ohne die hier gezeigte kritische Überlegung gedankenlos auch bei 101% oder gar bei 90% hören kann.

Serieneinstellungen

Nach der am Anfang für den Bruch $\frac{u \cdot v}{w}$ genannten Einstellung gewinnt man in folgender Weise die Spalte C mit einer Zungenverschiebung statt mit sechs: „Läufer auf 1-0 der D-Skala, 3-4 der C-Skala unter den Läuferstrich, Läufer auf x der C- oder der CF-Skala, Ergebnisse unter dem Läuferstrich auf der D- bzw. der DF-Skala."

Erst hier bei solcher Serieneinstellung wird für die Schüler der Vorteil des Rechenstabes ganz überzeugend. Der Verfasser hat zu einem Zeitpunkt, als der Rechenstab an der Volksschule nicht zum Lehrstoff gehörte und die Anschaffung nicht verpflichtend angeordnet werden konnte, erlebt, daß die Schüler ohne Rechenstab ihre Ehre darein setzten, in derselben Zeit dasselbe schriftlich zu rechnen, was die anderen mit Rechenstab schafften. Es gelang bis zur ersten Serieneinstellung. Wenige Tage später war die Klasse einheitlich ausgerüstet.

Neben der gründlichen Übung jeder Serieneinstellung ergibt sich die wichtige praktische Frage, ob bei irgendwelchen Werten von x die Einstellung nicht durchführbar wäre. Man geht bei feststehender Zunge mit dem Läufer zur 1 der C-Skala, sie ist nicht erreichbar, dann geht man zur 1 der CF-Skala, auch dort ist für 1-0-0 < x < 1-0-2 kein Wert auf DF ablesbar. Man geht mit dem Läufer die CF-Skala bis zu ihrem Ende entlang und wechselt dann zur C-Skala über: Der letzte auf CF einstellbare Wert ist π, der erste auf C ist 3-4, für π < x < 3-4 hätte man auch keinen zugehörigen Prozentsatz ablesen können.

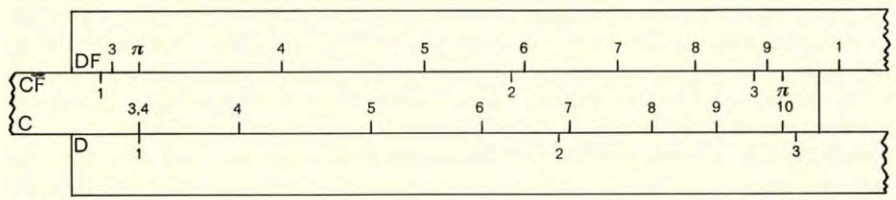


Abb. 1

Stellt man dagegen dasselbe auf dem Skalenpaar CF-DF ein, so ist für alle denkbaren Werte x ein zugehöriges p ablesbar, für die Bereiche 1-0-0 $<$ x $<$ 1-0-7 und 3 $<$ x $<$ 3-4 gibt es jetzt zwei Möglichkeiten.

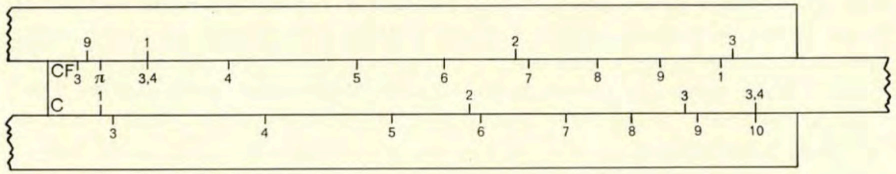


Abb. 2

Der Lehrer begründe und festige durch diese Überlegung immer neu die wichtige Regel: Man wählt für die Serieneinstellung einer Aufgabe aus den Skalenpaaren C-D und CF-DF dasjenige aus, bei dem die Zunge um weniger als die Hälfte ihrer Länge herausgezogen werden muß, dann sind alle möglichen Werte einstellbar!

Die Winkel im Prozentkreis lassen sich ebenfalls mit einer Serieneinstellung direkt aus den gegebenen Daten gewinnen. Eine Schlußrechnung ergibt die Beziehung $\alpha = \frac{360^0}{34} \cdot x$. Die Größenordnung ergibt sich am einfachsten aus der Überlegung, daß alle Winkel zahlenmäßig etwas mehr als zehnmal so groß wie die zugehörigen Schülerzahlen sind. Man stellt auf dem Skalenpaar C-D den Quotienten $\frac{36}{34}$ ein, durchläuft dann auf C oder CF die x-Werte und liest die zugehörigen Winkel auf D bzw. DF ab. So erhält man die Spalte E.

Die Winkel im Prozentkreis lassen sich auch aus den in der Spalte C stehenden Prozentsätzen gewinnen (natürlich nicht aus den gerundeten der Spalte D!) Es verhält sich nämlich p : 100 wie α : 360, und es gilt die Beziehung α = p · 3,6. (Dasselbe läßt sich natürlich auch durch Dreisatz herleiten.)

Die Werte der Spalte C müssen also nur mit 3,6 multipliziert werden, um die der Spalte E zu erhalten. Das geschieht am einfachsten, indem man auf der D-Skala die Prozentsätze einstellt, dann zeigt der rechte obere Läuferstrich auf der DF-Skala die gesuchten Winkel an. So ist überhaupt keine Zungeneinstellung erforderlich!

Diesmal wird die Fehlerabschätzung vor Bildung der Kontrollsumme von den Schülern rascher gemeistert: Die auf 3 Ziffern abgelesenen Werte können um je $\frac{1^0}{10}$, der auf 4 Ziffern abgelesene Wert in Zeile 4 kann um $\frac{3^0}{10}$ falsch sein, insgesamt dürfte die Kontrollsumme um nicht mehr als 0,8° von 360° abweichen, das tut sie auch längst nicht. Die Auffindung einer geeigneten Beziehung zur Berechnung der Längenanteile am Streifen und die zugehörige Serieneinstellung auf dem Rechenstab sind jetzt Übungen zur Sicherung und Vertiefung des Gewonnenen. Die Kontrollsumme 25,00 löst allgemeine Befriedigung aus, die der Lehrer dämpfen sollte: Liegt die Kontrollsumme außerhalb der vorher abgeschätzten Fehlerspanne, so ist das ein sicherer Beweis für einen Fehler in der betreffenden Spalte. Liegt die Summe innerhalb der Fehlerspanne, so ist das kein Beweis für die Richtigkeit. Wo die Summe innerhalb der Fehlerspanne liegt, ist eine Frage des Zufalls, und bei richtiger Rechnung liegt sie häufiger dicht bei oder auf dem Idealwert als in der Nähe der Schranken, aber hier einen Wert als „besser" anzusehen als einen anderen, ist müßig.

Weitere wichtige Übungen sind es, die Spalte F aus den Spalten C und E noch einmal berechnen zu lassen. Es gelten da die Beziehungen

$$a = \frac{25 \cdot \alpha}{360} = \frac{p}{4} \quad \text{und} \quad a = \frac{25 \cdot p}{100}$$

Man lasse es die Schüler erleben, daß die Einstellungen für $\frac{25\,p}{100}$ und $\frac{p}{4}$ völlig übereinstimmen! Besonders wichtig als Vorübung für einige Einstellungen der Zinsrechnung und der Berechnung der Kreisteile ist noch die nachfolgende Einstellung für $\frac{25 \cdot \alpha}{360}$.

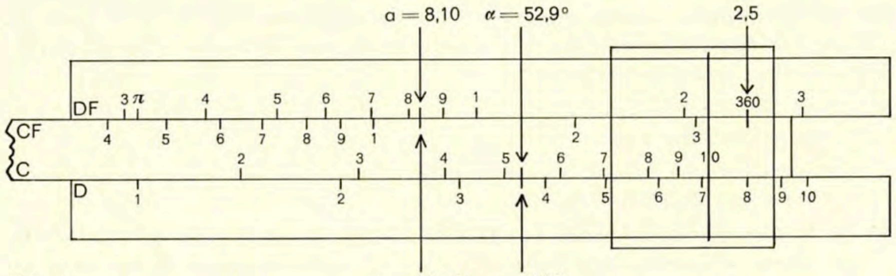


Abb. 3

Man stellt die Läufermarke 360 auf 2-5 der DF-Skala, dann zeigt der Läuferhauptstrich auf der D-Skala den Wert $\frac{25}{360}$; diesen müssen wir mit den verschiedenen Werten von α multiplizieren und tun das, indem wir 10 der C-Skala unter den Läuferhauptstrich stellen. Dann suchen wir auf C oder CF die verschiedenen Werte von α auf und lesen auf D bzw. DF die gesuchten Längenanteile ab.

Theoretisch scheint es mit Verwendung der Läufermarke 360 noch eine zweite Möglichkeit zu geben, die sich als weitere Übung durchzudenken lohnt. Stellt man nämlich die 1 der C-Skala auf 2-5 der D-Skala, so kann man durch Aufsuchen beliebiger Werte auf C oder CF diese mit 25 multiplizieren, die nachfolgende Division durch 360 geschieht wie oben mit der zugehörigen Läufermarke. Da man für diese Division aber nur auf die CF-Skala angewiesen ist, ist die Einstellung für eine erhebliche Spanne nicht zu brauchen. Wenn man also die 360-Marke im Laufe einer Rechnung verwenden will, muß man das so frühzeitig tun, daß man noch den ganzen Bereich zur Verfügung hat.

Die Schüler sollen jedes Problem möglichst variantenreich angehen und sich geradezu angewöhnen, möglichst nicht mit einer Einstellung zufrieden zu sein, sondern sich durch eine zweite von der Richtigkeit ihrer Ergebnisse zu überzeugen. Sie werden dann durch Vergleiche manche Vorteile erst richtig erkennen.

Die diesem einfachen Beispiel zugrundeliegenden Gedanken finden ihre Anwendung im Sachrechnen der Volksschule in vielfältiger Weise. Und was man am ersten Beispiel an Aufwand getrieben hat, trägt seine Früchte, wenn danach jedesmal anstelle endloser schriftlicher Rechnungen eine einzige übersichtliche Tabelle in wenigen Minuten erstellt werden kann. Dann gelangt das Sachrechnen endlich dahin, den Schülern das Verständnis der Sache auch wirklich zu bringen.

Einführung, Weg, Ziel und Stoffverteilung beim Stabrechnen in Hauptschulen

Methodische Grundsätze — Anmerkungen zum Buch „Mein Rechenstab“

von Franz Wittmann

Es ist vernünftig, daß verschiedene Bildungspläne für Hauptschulen die Einführung des Stabrechnens ab der 7. Klasse verlangen. Auf keinen Fall kann in einem Schuljahr, insbesondere nur im stark geforderten 9., da ja noch eine Menge anderer Stoff bewältigt werden muß, das Stabrechnen soweit gefördert werden, um das beabsichtigte Ziel zu erreichen: **Es sollen im letzten Schulhalbjahr nahezu alle Rechnungen, die vorkommen, mit dem Rechenstab ausgeführt werden. Dieses Ziel ist die Garantie dafür, daß der Umgang mit dem Rechenstab den Schülern des Mathematik A-Kurses später im Berufsleben zu einer Selbstverständlichkeit wird.**

Das setzt Sicherheit voraus und diese kann nur erreicht werden, wenn, wie mir eine mehrjährige Erfahrung zeigt,

a) das Einstellen und Ablesen so fleißig geübt wird, daß es etwa wie das Einmaleins in Fleisch und Blut übergeht,

b) die Schüler die Multiplikation und Division traumhaft sicher beherrschen, da diese für nahezu alle praktischen Rechnungsarten (80% aller Rechnungen) die Grundlage sind, und

c) die Möglichkeit gegeben wird, das Gelernte stets zu wiederholen, Vergessenes nachzuschlagen und die Einstellungen zu verifizieren.

Damit sind die Hauptschwierigkeiten des Stabrechnens bereits angeklungen. Leider weisen die meisten Bildungspläne nur unklar oder unzulänglich die Stoffverteilung der einzelnen Schuljahre aus. Als methodisch und stofflich gut zu bewältigen hat sich die folgende Gruppierung herausgestellt:

7. Klasse: Es genügt eine kurze Behandlung des Aufbaues des Rechenstabes. Die Erklärung der Funktion durch die Erarbeitung der Streckenaddition reicht aus. Die logarithmische Erklärung ist so schwer wie unnötig, da wir weniger formale als pragmatische Bildung in der Hauptschule anstreben. Sehr gründlich muß durch vieles Üben das Einstellen und Ablesen, auch das von Zwischenwerten, sowie das Multiplizieren und Dividieren grundgelegt werden.

8. Klasse: Das Gelernte ist zu wiederholen und zu festigen. Neu wird das Bruchrechnen und die Arbeit mit den Kehrwertskalen CI und CIF (Mehrfachmultiplikationen und zusammengesetzte Division bzw. Division und Multiplikation) hinzukommen. Dazu treten, als kaufmännische Rechnungsarten, das Verhältnis- und Schlußrechnen.

9. Klasse: Nach gründlichen Wiederholungen erfolgt die Einführung des Prozent- und Zinsrechnens. Anschließend werden Umrechnungen mit dem Mehrstrichläufer sowie Potenzieren und Wurzelziehen erarbeitet.

Rein zeitlich gesehen sollte spätestens die 2. Hälfte des 7. Schuljahres eine Wochenstunde des A-Kurses Stabrechnen bringen. Im 8. Schuljahr kann durchlaufend mindestens alle 14 Tage eine Wochenstunde reines Stabrechnen erfolgen und dazwischen jede mögliche Ausrechnung im praktischen Rechnen mit dem Stab gelöst werden. Im 9. Schuljahr gehört der Rechenstab in allen Rechenstunden zum unerläßlichen Requisit. Am Anfang ist im verstärkten Maße das Beherrschen der restlichen Operationen zu erreichen.

Auch im Kernunterricht wird der A-Kurs die Ergebnisse vom Rechenstab herleiten, während der B-Kurs schriftlich rechnet. So ist stets die Überprüfung der Genauigkeit möglich und feststellbar, wieviele Vorteile, besonders im Bezug auf die Schnelligkeit, der Rechenstab bietet.

Für die äußerst wichtige Grundlegung im Anfangsunterricht, d. h. um die Voraussetzungen für das Stabrechnen zu schaffen, ist neben dem ausführlichen Kennenlernen der Skalen und Läufermarkierungen (C, D, CF, DF, CI, CIF, A und K wie auf dem Castell-Mentor sind ideal für Hauptschulen), das Einstellen und Ablesen in jeder Stunde ausschlaggebend. Es muß immer wieder nicht nur erfaßt werden wo die Skalen liegen und für welche Operationen sie vorgesehen sind, sondern die Zahlengruppierung muß absolut beherrscht werden.

Ich habe deshalb in meinem Lern- und Nachschlagheft für den Schul- und Selbstunterricht „MEIN RECHENSTAB“ (Verlag Plennis, 735 Geislingen/Steige) nicht nur die bisher genannte Stoffverteilung berücksichtigt, sondern auch für die Skalen C, D, CF, DF, CI und CIF die Gruppierung wie folgt herausgestellt:

Die Zahlengruppe 1 bis 2 hat Einersprünge (z. B. 1-0-1, 1-0-2, 1-0-3, . . .).
Die Zahlengruppe 2 bis 4 hat Zweiersprünge (2-0-2, 2-0-4, 2-0-6, . . .).
Die Zahlengruppe 4 bis 10 hat Fünfersprünge (4, 4-0-5, 4-1, 4-1-5, . . .).

Bei der Quadrat- und Kubikskala wurde ähnlich verfahren.

Vom Anfang an muß den Schülern völlig klar sein, daß die Zahlen und Markierungen auf den Skalen nie einen Stellenwert, sondern allein die Ziffernfolge bedeuten. Also ist z. B. 3-4-6 zu lesen, das dann je nach der Aufgabe 3460, 346, 34,6 bzw. 3,46 oder 0,346 usw. bedeuten kann.

Zum Verstehen des Stabrechnens erschien es mir wichtig herauszustellen, daß
C und D am Skalenende x haben, das ist eine Dimension, also $1\,x = 1 \cdot 10 =$ Einteilung 1 bis 10; dazu CI reziprok $\frac{1}{x}$;
CF und DF ebenfalls eindimensional sind, aber um π (3,14) versetzt sind, dazu CIF reziprok $\frac{1}{\text{Pi.}\,x}$;
A am Skalenende x^2 zeigt, Quadrate also zweidimensional sind $= x \cdot x$ oder $10 \cdot 10 =$ Einteilung 1 bis 100, und
K am Skalenende x^3 aufweist, Kubik Dreidimensionalität bedeutet, $= x \cdot x \cdot x = 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ Einteilung 1 bis 1000.

In Raumlehre kommt parallel dazu der Hinweis auf die zweidimensionalen Flächen und dreidimensionalen Körper. Die Anwendungsgebiete der Skalen A und K treten augenscheinlich hervor.

Für die Aufgaben, sei es Verhältnis-, Schluß-, Prozent- oder Zinsrechnen, müssen dann, wenn Multiplikation und Division traumhaft sicher beherrscht werden, die Einstellungsschematas erarbeitet und angewandt werden. In „MEIN RECHENSTAB“, das jeweils aus Musterbeispielen ableitend zu den Regeln kommt, habe ich bewußt systematische Zusammenstellungen in der sich anbietenden logischen stofflichen Folge gegeben, denn es soll sich um ein Lern- und Nachschlagewerk handeln. Weitere Beispiele zum Überprüfen sollen die Möglichkeit der Verifikation geben.

Es erschien mir logisch, die beiden korrespondierenden Skalenpaare C/D und CF/DF zugleich einzuführen und die Lösungen parallel zu erarbeiten, da sie ja tatsächlich häufig bei der C/D-Einstellung auch auf CF/DF erscheinen. Der Sachzusammenhang der Skalenpaare ist eher eine Erleichterung als Erschwernis oder Überforderung. CF/DF wird ganz nebenbei spielend sicher kennengelernt und bei Tabellenbildungen der Zungendurchschlag erspart.

Die Schüler wollen wiederholen, verifizieren, eine Stoffübersicht haben und seltener geübte und angewandte Operationen (etwa Kapitalberechnung), bei denen das Einstellungsschema leichter vergessen wird, nachschlagen können. Das war der Hauptgrund für das Entstehen der Broschüre „MEIN RECHENSTAB", in der alle aus der Praxis gewonnenen Erfahrungen speziell für Hauptschüler berücksichtigt sind, zumal Rechenbücher aus anderen als den besuchten Klassen noch nicht oder nicht mehr zur Verfügung stehen.

Die Schüler begrüßen dieses preisgünstige Heft (1,95 DM), weil sie den Rechenstab zumeist selbst anschaffen und fürs spätere Leben eine umfassende, übersichtliche und verständliche Anleitung haben wollen. Sicher ist das Einstellen einer Aufgabe aus dem Verstehen und aus Einsichten heraus, geboren aus dem Denken, wertvoller und erstrebenswerter als die Anwendung eines systematischen Nachschlagewerks — hingegen ist das Umgehenkönnen nach Einstellungsschematas besser, als wenn der Rechenstab nach der Schulentlassung in irgendeiner Ecke vergessen liegt.

Verfasser und Verleger danken der Fa. Faber-Castell für die Bereitstellung der Klischees zur Illustration sehr herzlich.

* Anmerkung: Inzwischen erschien vom selben Verfasser als Band 1 einer Taschenbuchreihe das „Minibuch Mathematik — Kernwissen kurz und bündig" im Verlag Prögel, Ansbach, Preis 2,40 DM. Im Kapitel V wird das Stabrechnen, erneut basierend auf dem Mentor, abgehandelt.

Erfahrungsbericht über den Rechenstab Mentor 52/80 in der 7. und 8. Hauptschulklasse

von Oberlehrer Hans-Joachim Surén

Laut Lehrplan ist in der Hauptschule die Einführung des Rechenstabes vorgeschrieben. Um einen größeren Erfolg zu erzielen, wurde damit bereits in der 2. Hälfte des 7. Schuljahres begonnen. Obwohl die Unterweisung in der Handhabung des Rechenstabs nur für den Kurs A vorgesehen ist, arbeitete die ganze Klasse mit dem Rechenstab. Da die Schüler schon seit langem bei ihrem Lehrer sahen, wie schnell und bequem man Rechnungen der verschiedensten Arten damit lösen kann, war das Interesse für das Stabrechnen so groß, daß viele Schüler den Rechenstab auf eigene Kosten erwarben.

Anfangs wurde nur das Ablesen der Skalen geübt, und als die Klasse dies beherrschte, wurden Tabellen angefertigt wie Währungstabellen, Verbrauchsangaben für Kraftfahrzeuge usw. Bei Einführung einer neuen Aufgabe mußten die Schüler zuerst ohne Stab schriftlich das Ergebnis finden, erst dann wurde es ihnen am Stab erklärt. So wurde den Schülern immer wieder vor Augen geführt, wie praktisch und zeitsparend die Benutzung des Rechenstabes ist.

Die Einführung des Rechenstabes in der 7. Klasse geschah zu einem Zeitpunkt, als im allgemeinen Rechenunterricht das Prozentrechnen geübt wurde. Als Abschluß des Prozentrechnens wurden nun dieselben Aufgaben mit dem Rechenstab gelöst. Bereits nach wenigen Stunden beherrschten die Schüler die Handhabung des Gerätes, und sie bedauerten allgemein, daß die vereinfachte Arbeit mit dem Rechenstab nicht schon früher begonnen worden war. Der Erfolg bei der Lösung von Rechenaufgaben war bei schriftlichen Arbeiten unter Benützung des Rechenstabes verblüffend gut. Stets war das Ergebnis wesentlich besser als bei einer üblichen Rechenarbeit.

Bei Einführung der Zinsrechnungen verzichtete ich auf Grund der guten Erfahrungen auf jegliches schriftliche Ausrechnen. Jeder Schüler war jedoch verpflichtet, vor Handhabung des Rechenstabes den Jahreszins und das Endergebnis als Überschlag festzustellen. Dabei entwickelte die Klasse eine erstaunliche Rechenfertigkeit, die ich bei anderen Klassen in der üblichen Art in den vergangenen 18 Jahren nicht erreichen konnte. Außerdem zeigte sich, daß bei der Benutzung des Rechenstabes in einer Unterrichtsstunde ein wesentlich größeres Arbeitspensum absolviert werden konnte.

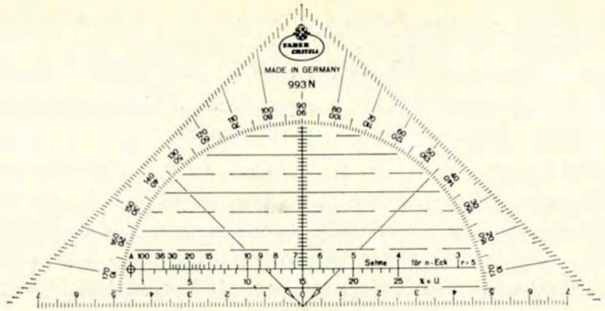
Auch im Raumlehreunterricht wurde der Rechenstab für die Schüler unentbehrlich. Besonders praktisch erwies sich die π-versetzte Skala bei Kreisberechnungen. Hierbei konnten sogar Aufgaben gelöst werden, die einer Klasse sonst vorenthalten werden müssen.

Besonders vorteilhaft war, daß sämtliche Schüler der Klasse mit Rechenstäben ausgestattet waren. Die Handhabung des Stabes ist leicht und praktisch und die Anordnung der einzelnen Skalen gut und übersichtlich. Dadurch konnte der Unterrichtsstoff systematisch erarbeitet werden. Auch die schwächeren Schüler zeigten mit dem Rechenstab verhältnismäßig gute Leistungen.

Abschließend kann ich jedem Lehrer nur wärmstens empfehlen, mit der Einführung des Rechenstabes nicht zu spät zu beginnen. Wer einmal erlebt hat, wie begeistert eine Klasse mit dem Rechenstab umzugehen versteht, wird ebenfalls ein überzeugter Verfechter dieser Unterrichtsmethode werden.

NEU

Parallel-Lineal
Winkelmesser
Vieleckzeichner
Maßstab

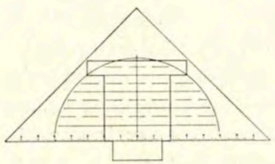


Kombidreieck 993 N. Eine zweckmäßige Kombination von Maßstab, Parallel-Lineal, Dreieck, Winkelmesser und Vieleckzeichner. Dieses durchsichtige, hellgrüne und maßbeständige Zeichendreieck trägt in einem Halbkreis die Winkelmaße, an der Basis einen Symmetriemaßstab und parallel hierzu eine Sonderskala für das Abgreifen der Sehnenlänge für Vielecke bei einem umschriebenen Kreis mit r = 5 cm. Eine zweite Hilfsskala ermöglicht die prozentuale Aufteilung eines Kreises mit dem Radius r = 5 cm.

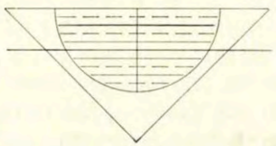
FABER-CASTELL

993 N	Kombidreieck aus hellgrünem, transparentem und maßbeständigem Zelluloid. Schenkellänge 11,3 cm.

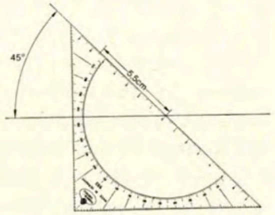
Anwendungsbeispiele:



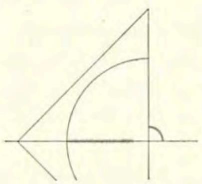
Zeichnen symmetrischer Figuren



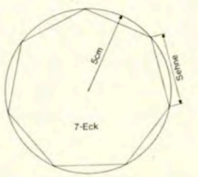
Zeichnen paralleler Linien (Schraffur)

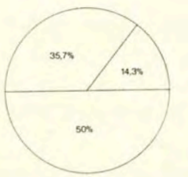


Gleichzeitiges Antragen von Winkel und Strecke (Polarkoordinaten)



Fällen eines Lotes bzw. Ziehen einer Senkrechten





Zum Zeichnen von Vielecken dient die obere Skala; die untere Skala zur prozentualen Aufteilung der Kreisfläche bzw. des Kreisumfangs mit dem Radius r = 5 cm.

neu contura 4

AV 8804/68

CONTURA 4,
die Zeichenplatte von Faber-Castell mit den echten Verbesserungen.

Starke Spannschiene aus Stahl mit neuartiger Klemmvorrichtung.
Versenkte Spannschiene, dadurch bequemes Zeichnen auf der gesamten Fläche.
Die lange Spannschiene erlaubt auch das Einspannen unbeschnittener DIN A4-Zeichenblätter.
Maßskalen am rechten und oberen Rand.
Maßskalen und Parallel-Hilfslinien auf dem Zeichenwinkel.
Sonderskalen für Winkelkonstruktionen, Vieleckkonstruktionen und prozentuale Kreisausschnitte.
Rutschfeste Vierpunktauflage.

Die CONTURA 4 besteht aus Geroplast, einem besonders bruchsicheren, elastischen Kunststoff.

Eine Schutzhülle mit Gleitverschluß und eine ausführliche Gebrauchsanleitung liegen jeder Packung bei.

FABER-CASTELL

ein weltbekannter Markenname

Bitte fordern Sie ausführliche Gebrauchsanleitung an!

Anschrift: ______________________

A. W. Faber-Castell 8504 Stein b. Nürnberg Abt. WA/C 4 S